**ÔN TẬP CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA TAM GIÁC VUÔNG**

**A. Lý thuyết**

1. Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu:

a) Tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia

b) Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia

2. Dấu hiệu đặc biệt nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng

Nếu cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng.

3. Tỉ số đường cao, trung tuyến, phân giác của hai tam giác đồng dạng

a) Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng

b) Tỉ số hai đường trung tuyến của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng

c) Tỉ số hai đường phân giác của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng

4. Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng

**B. Bài tập**

**Dạng 1: Sử dụng trường hợp đồng dạng góc - góc**

**Cách giải:** Hai tam giác vuông đồng dạng với nhau nếu tam giác vuông này có một góc nhọn bằng góc nhọn của tam giác vuông kia.

**Bài 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH

a. Cho HB = 9cm, HC = 16cm. Tính AH, AB, AC

b. Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

a) Xét  và , có:



b) Ta có: 

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông tại A (). Kẻ  Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

a) Chứng minh 

b) Chứng minh 

c) Lấy M đối xứng với A qua E, tia MH cắt cạnh AC tại N. Chứng minh  và 

**Lời giải**

c) Ta có 



Do .

**Bài 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH. Gọi O là giao điểm của AN với CM. Chứng minh rằng:

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a) Ta có: (phụ ); 



b) Ta có: ;

c) 

Gọi O là giao điểm của CM và AN. Xét , có: 

d) 

.

**Bài 4:** Cho hình bình hành ABCD có AC > BD. Kẻ  Chứng minh:

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Tương tự ta có:



c) Từ (1)(2) 

Lấy  ta được:  (đpcm).

**Dạng 2: Sử dụng trường hợp đồng dạng cạnh góc cạnh và cạnh huyền cạnh góc vuông**

**Cách giải:**

- Nếu một cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng

- Tam giác vuông này có hai cạnh góc vuông tỉ lệ với ai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng

**Bài 5:** Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ DE vuông góc với AC tại E. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AE và DE. Chứng minh:

a.  b.  c. 

**Lời giải**

a) Xét  và , có: 

b) Ta có: 

Chứng minh được: 

c) P là trực tâm tam giác DNC 

Tứ giác MNPC là hình bình hành 

**Bài 6:** Cho tam giác ABC cân tại A, gọi H là trung điểm của BC. Vẽ HE vuông góc với AC, gọi O là trung điểm của HE. Vẽ BK vuông góc với AC, BE cắt AO tại I

a. Chứng minh: 

b. Chứng minh: 

c. Chứng minh: 

**Lời giải**

a) Xét  và , có:



b) Ta có: 



c) Theo câu b, có:



**Bài 7:** Cho tam giác ABC, trực tâm H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác, G là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh

a.  b. Chứng minh 

c. Ba điểm  thẳng hàng và .

**Lời giải**

a. Ta có MN là đường trung bình 



Chứng minh được:



b. 

c.  thẳng hàng.

**Dạng 3: Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng**

Ta có: Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng

**Bài 8:** Cho tam giác ABC vuông tại A có  Lấy điểm M trên cạnh AC sao cho  Kẻ 

a) Chứng minh 

b) Tia BA và tia EM cắt nhau tại N, đường thẳng BM cắt NC tại F. Chứng minh  và tam giác ANC vuông cân.

c) Tính tỉ số diện tích của hai tam giác BFN và tam giác MFC.

**Lời giải**

b) Ta có , mà  vuông cân  vuông cân 

 vuông tại A có  vuông cân.

c) 

**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác  cắt AH ở D và cắt AC ở E

a. Chứng minh rằng: 

b. Kẻ phân giác AM của  cho AB = 6cm, AC = 8cm. Tính

+) BM, CM +) 

c. Kẻ phân giác HO của  (). Chứng minh rằng 

d. Biết  Tính các cạnh của 

**Lời giải**

b. 



  
c. 

d. 

**Bài 10:** **[Ba Đình, 2016 – 2017]**

Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 8cm, AD = 6cm, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với BD, d cắt BC tại E

a. Chứng minh: 

b. Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Chứng minh 

c. Gọi K là giao điểm của OE và CH. CMR: K là trung điểm của CH và tính 

d. Chứng minh: OE, CD, BH đồng quy

**Lời giải**

c. Do BD // CH ( cùng vuông góc với DE )

mà 



d. Giả sử CD giao với BH tại I, chứng minh được: 

Mà: 

**Bài 11:** **[Cuối năm 2017 – 2018]**

Cho hình chữ nhật ABCD có AD = 6cm, AB = 8cm. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với BD, d cắt BC tại E

a. Chứng minh rằng : 

b. Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Chứng minh rằng 

c. Gọi K là giao điểm của OE và HC. Chứng minh K là trung điểm của HC. Tính tỉ số giữa diện tích tam giác EHC và diện tích tam giác EDB

****d. Chứng minh ba đường thẳng OE, CD, BH đồng quy.

**Lời giải**

a. 

b. 

c. 

(định lý TaLet)

mà: OB = OD ( do ABCD là hình chữ nhật ) 

- Tính được BD = 10cm, có DC = 8cm

Từ câu b, ta có: 

Lại có: 

d. Gọi I là giao điểm của BH và CD và O’ là giao điểm cỉa EI và BD, K’ là giao điểm của EI và CH. Ta sẽ chứng minh O’ là trung điểm của BD

Vì:  hay O’ là trung điểm của BD

 đi qua O. Do vậy OE, CD, BH đồng quy.

**Bài 12: [Cuối năm 2015 – 2016]**

Cho tam giác ABC vuông tại A ( AB < AC ), đường trung tuyến AM. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AB tại E và cắt AC tại F. Kẻ AH cắt FE tại I. Chứng minh rằng:

a.  b.  từ đó suy ra 

c.  d. 

**Lời giải**

a.  cân tại M 

b. 





c. 

  
d.  cân tại I () cân tại I 

Ta lại có: 

Do 

**Bài 13: [Cuối năm 2016 – 2017]**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có BC = 5cm, AC = 3cm. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 6cm. Qua D kẻ đường vuông góc với BD cắt AC tại E

a. Chứng minh rằng : 

b. Kẻ  Chứng minh rằng: 

c. Tính độ dài CE và KD

****d. Vẽ đường phân giác BM của 

**Lời giải**

a. 

b.



c. 

Vì tam giác DCE vuông tại D, áp dụng pitago



d. Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: .

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AM, BN cắt nhau tại K.

a) Chứng minh 

b) Chứng minh 

c) Kẻ  Chứng minh 

d) Gọi I là giao điểm của KH và MN. Kẻ  Gọi F là giao điểm của IE và KM. Chứng minh 

**Hướng dẫn giải**

d) Chứng minh được I là trung điểm của EF

Mặt khác: 



 (đpcm)